Leyes de Exponentes I

Sabías que el sistema numérico egipcio era decimal, y sus principales símbolos eran:

= 1

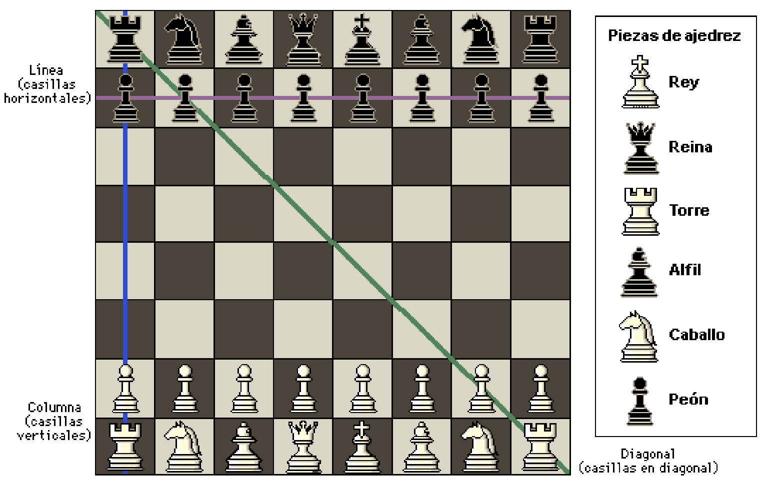
= 10

= 100

Así:  = 123

¡¡ Imagínate como hubiesen escrito: 947!!

"LA LEYENDA DEL AJEDREZ"



Hace tiempo, vivió un rey llamado DINUS, cuyo territorio estaba siendo invadido por las tropas de uno de sus vecinos (o sea otro rey) llamado MALIGNUS.

DINUS estaba desesperado, pues casi todas sus tropas estaban siendo derrotadas; solamente le quedaba una gran tropa compuesta por soldados, caballería, elefantes montados, expertos sablistas y todo el pueblo guiado por la reina.

Es aquí donde __________ llega al reino de DINUS y le dice:

- *¡¡¡Habla DINUS!!! ... cómo has estado chocherita?*
- *Un poco preocupado causita ... estoy que pierdo una pequeña guerrita.*
- *Entonces he llegado justo a tiempo DINUS, aquí te traigo un juego llamado AJEDREZ. Estoy seguro que si lo aprendes a jugar, solucionará tus problemas - dijo ___ __ __ __ __ __ .*
- *No seas palta causita ... estoy en plena guerra y tú me traes un jueguito ... ¡¡Luego dicen que yo soy el taradinus!!!*
- *Es que no me entiendes - dijo _________ - este es un juego de estrategia.*

Observa: los soldados que tienes vienen a ser los PEONES; la caballería de tus tropas está representada por estos dos CABALLOS; los elefantes son estas dos TORRES; los sablistas son estas dos piezas llamadas ALFILES; toditito el pueblo está simbolizado por esta pieza llamada REINA, y esta última pieza simboliza al REY, es decir a ti. Practiquemos un rato y verás que con las estrategias que aprendas ganarás la guerra.

Pasaron unas horas y DINUS aprendió muchas estrategias, las cuales aplicó al día siguiente en la batalla. ¡Y al finalizar el día!... ¿Qué creen que pasó muchachos?... DINUS ganó la guerra.

A la semana siguiente fue llamado _____ a la presencia del rey, y éste dijo:

- *Oye _________ ese jueguito que me trajiste está recontra chévere. ¡Imagínate que hasta me hizo ganar una guerra! ... Cómo dijiste que se llama? ... Monopolio, no es cierto?*

- *¡¡NOOO!! ... este juego se llama AJEDREZ!! ... ¡de veras que eres bien, pero bien TARADINUS! - dijo _____________ un tanto molesto.*

- *Bueno, bueno, dejemos de lado el nombre, te llame pues por tu ayuda brindada, voy a premiarte con cualquier cosa que me pidas. Pídeme lo que quieras y te lo daré ... ¡ah! pero eso sí, nada que ver con mis figuritas de los MEDABOTS ... OK?*

- *¡Ches! ... y justo tienes la 5, la que me faltaba! ... pero bueno ni modo. Ya que insistes, voy a pedirte lo siguiente:*

  Como habrás visto, el tablero de ajedrez tiene 64 casilleros. Quiero que me des 1 grano de arroz por el primer casillero, 2 granos de arroz por el segundo, 4 granos por el tercero, 8 granos por el cuarto, 16 por el quinto, y así sucesivamente.

- *¡Uy! ... Qué fácil!! - dijo DINUS - mañana mismo te entrego esa recompensa.*

Y el rey pensó que bastaba ir con S/. 10 a comprar en Metro, Santa Isabel o Plaza Vea, tres bolsitas de arroz COSTEÑO (buena con el cherry!) para cubrir la recompensa de ___________, sin embargo uno de sus ministros dijo al rey que la cantidad total de granos sería inmensa, imposible de cumplir así toda la tierra estuviese cubierta por campos y campos de cultivo. Así todos los mares se sequen y sean también campos de cultivo ... esa cantidad es INMENSA!!!

El rey avergonzado al no poder pagar la recompensa, le dio a __________ todo su reino.

Y como diría alguien: ESO ES TO, ESO ES TO, ESO ES TODO AMIGOS!!

Si quieres saber cuántos granos de arroz hubiera sido la recompensa, realiza los siguientes cálculos:

CASILLERO		GRANOS DE ARROZ
1ro	$\rightarrow$	$2^0 = 1$
2do	$\rightarrow$	$2^1 = 2$
3ro	$\rightarrow$	$2^2 = 4$
4to	$\rightarrow$	$2^3 = 8$
5to	$\rightarrow$	$2^4 = 16$
$\vdots$		$\vdots$
64to	$\rightarrow$	$2^{63} = ???$

Suma los resultados y obtendrás la recompensa.

Quizás estas operaciones te tomen un tiempito hacerlas (2 ó 3 días) así que voy a darte una ayuda. El resultado final es:

DIECIOCHO TRILLONES, CUATROCIENTOS CUARENTA Y SEIS MIL SEISCIENTOS CUARENTA Y CUATRO BILLONES SETENTA Y TRES MIL SETECIENTOS NUEVE MILLONES, QUINIENTOS CINCUENTA Y UN MIL SEISCIENTOS QUINCE; o si lo prefieres en números:

18 446 644 073 709 551 615 granos de arroz

¡¡INMENSO!! ... no crees?

¡Ah! lo olvidaba, una vez conocido este número, el rey no tuvo más remedio que estudiar matemáticas, para poder ser tan hábil como ______________, así que decidió estudiar en el mejor de los colegios: TRILCE ... tu mejor opción!

- **Exponente natural.-** Es un número natural que indica la cantidad de veces que ha sido multiplicado otro número llamado BASE, obteniéndose la POTENCIA.

$$\boxed{\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{\text{"n" veces}} = a^n} \quad ; n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{5 veces}} = 2^{5} = 32$$

EXPONENTE: 5 — BASE: 2 — POTENCIA: 32

- **Producto de bases iguales.-** Se suman los exponentes

$$\boxed{a^m \times a^n = a^{m+n}} \quad ; m,\ n \in \mathbb{N}$$

Ejemplo:

$$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$$

- **Potencia de potencia.-** Se multiplican los exponentes

$$\boxed{\left(\left[a^m\right]^n\right)^p = a^{m.n.p}}$$

Ejemplo:

$$\left(2^2\right)^3 = 2^{2.3} = 2^6 = 64$$

Problemas para la clase

BLOQUE I

1. Reducir en cada caso:

   a. $x^{a+b} \,.\, x^{a-b} =$

   b. $x^{a+b-c} \,.\, x^{a-b+c} =$

   c. $x^3 \,.\, y^4 \,.\, z^5 \,.\, x^6 \,.\, y^7 \,.\, z^8 =$

   d. abc abc abc abc =

2. Efectuar:

$$a^2 \,.\, b^3 \,.\, a^4 \,.\, b^5 \,.\, a^6 \,.\, b^7$$

a) a^{12} b) b^{15} c) ab
d) $a^{12}\, b^{15}$ e) ab^{15}

3. Simplificar:

$$\frac{\left(\left\{2^3\right\}^4\right)^5}{\left(2^{29}\right)^2}$$

a) 0 b) 1 c) 6
d) 8 e) 4

4. Calcular:

$$\sqrt{\frac{\left(\left\{2^4\right\}^5\right)^7}{\left(\left\{2^{34}\right\}^2\right)^2}}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

5. Efectuar:

$$\frac{\left[\left(7^2\right)^3\right]^4}{\left(7^{11}\right)^2}$$

a) 49 b) 7 c) $\frac{1}{7}$
d) 1 e) 343

6. Reducir:

$$\frac{\left[13^5\right]^6}{\left(\left[13^7\right]^2\right)^2}$$

a) 0 b) 1 c) 169
d) 179 e) 6

7. Reducir:

$$\frac{\left[\left(7^3\right)^4\right]^5 \,.\, \left[\left(7^4\right)^5\right]^6}{\left(7^{11}\right)^{11} \,.\, \left\{\left(7^4\right)^7\right\}^2}$$

a) 4^3 b) 5^3 c) 6^3
d) 7^3 e) 8^3

8. Calcular:

$$\frac{7^2 \,.\, 15^3}{15 \,.\, 21^2 \,.\, 5^2}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

9. Reducir:

$$\frac{15^2 \,.\, 81^3}{9 \,.\, 27^4}$$

a) 10 b) 15 c) 20
d) 25 e) 30

10. Simplificar:

$$\frac{2^5 \,.\, 3^7 \,.\, 4^9}{4^8 \,.\, 2^3 \,.\, 3^6}$$

a) 162 b) 128 c) 256
d) 48 e) 96

11. Reducir:

$$\frac{2^{n+4} + 2^{n+3}}{2^{n+3} - 2^{n+2}}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

12. Hallar el equivalente reducido de:

$$\frac{3^{n+4}+3^{n+3}}{3^{n+3}-3^{n+2}}$$

a) 3 b) 6 c) 9
d) 12 e) 15

BLOQUE II

1. Calcular:

$$\frac{3^{16}\,.\,81^{2}}{9^{8}}$$

a) 1^8 b) 2^8 c) 3^8
d) 4^8 e) 5^8

2. Simplificar la expresión:

$$G=\frac{2^{17}\,.\,3^{18}\,.\,2^{19}\,.\,3^{20}\,.\,2^{21}\,.\,3^{22}}{3^{21}\,.\,2^{27}\,.\,3^{38}\,.\,2^{28}}$$

a) 3 b) 6 c) 9
d) 12 e) 15

3. Reducir lo siguiente:

$$\frac{\left\{\left[\left(x^{2}\right)^{3}\right]^{4}\right\}^{5}\,.\,x^{6^{3}}}{x^{11^{2}}\,.\,\left(x^{21}\right)^{10}}\quad ;\quad x\neq 0$$

a) x b) x^2 c) x^3
d) x^4 e) x^5

4. Calcular:

$$\sqrt{\frac{10^{n+3}-10^{n+2}}{10^{n+2}}}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

5. Efectuar:

$$\sqrt[3]{\frac{2^{n+7}-2^{n+6}}{2^{n+3}}}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

6. Reducir la expresión:

$$\sqrt{\frac{2^{n+4}-2^{n+3}}{2^{n+2}-2^{n+1}}}$$

a) 0 b) 1 c) 2
d) 3 e) 4

7. Simplificar lo siguiente:

$$\frac{\left\{\left(\left[5^{2}\right]^{3}\right)^{4}\right\}^{5}\,.\,\left[5^{15}\right]^{15}}{\left[5^{11}\right]^{11}\,.\,\left(\left[5^{11}\right]^{2}\right)^{10}}$$

a) 625 b) 225 c) 425
d) 125 e) 25

8. Realiza la siguiente operación:

$$x^1\,.\,x^2\,.\,x^3\,.\,x^4\ldots x^9\,.\,x^{10}$$

a) x^{20} b) x^{30} c) x^{55}
d) x^{100} e) x

9. Efectuar:

$$\frac{\left(x^{2}\right)^{4}.\left(x^{5}\right)^{6}.\,x^{20}}{\left(x^{7}\right)^{8}}\quad ;\quad x\neq 0$$

a) x b) x^2 c) x^3
d) x^4 e) x^5

10. Reducir:

$$\frac{35^{19}\,.\,40^{16}\,.\,27^{13}}{(30)^{30}\,.\,(45)^{5}\,.\,14^{18}}$$

a) 28 b) $\frac{7}{3}$ c) $\frac{3}{28}$

d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{28}{3}$

Autoevaluación

1. Calcular:

$$\underbrace{4\,.\,4\,.\,4 \ldots 4}_{\text{20 veces}} - \underbrace{16\,.\,16\,.\,16 \ldots 16}_{\text{10 veces}}$$

a) 0 b) 1 c) 2^{80}
d) 2^{40} e) 2^{20}

2. Simplificar la expresión:

$$J = \frac{\overbrace{x\,.\,x\,.\,x \ldots x}^{\text{8 veces}}}{\underbrace{x\,.\,x\,.\,x \ldots x}_{\text{6 veces}}} \quad ; \quad x \neq 0$$

a) x^2 b) $x^{\frac{2}{3}}$ c) 1
d) 0 e) x

3. Reducir:

$$\frac{15^3\,.\,6^4}{9^3\,.\,4^2\,.125}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Simplificar:

$$\frac{2^{n+1} + 2^{n+3} + 2^{n+5}}{2^{n+2} + 2^{n+4}}$$

a) $\frac{21}{10}$ b) 20 c) $\frac{41}{20}$
d) $\frac{21}{20}$ e) $\frac{20}{41}$

5. Simplificar:

$$\frac{\left(10^5\right)^6 - \left[\left(10^2\right)^3\right]^7}{\left(10^4\right)^7 - \left[\left(10^2\right)^5\right]^4}$$

a) 10 b) 10^{-1} c) 10^2
d) 10^3 e) 5

LA SERENIDAD

La serenidad es la emoción sosegada que te produce el saber que has asimilado lo que estudiaste. La serenidad es una emoción, pero cosa curiosa, provisionalmente puedes entenderla como una emoción caracterizada por la ausencia de emociones. Sobre todo, de emociones negativas.
Existe una serie de síntomas que indican que un estudiante procede con serenidad. Por ejemplo:

1. *Sus movimientos son armoniosos y seguros, no demuestra impaciencia ni intranquilidad.*
2. *Sus músculos se encuentran relajados y no evidencian ninguna tensión innecesaria. No aprietan la mandíbula.*
3. *Su voz es clara y firme. No se atropella para hablar ni tampoco lo hace demasiado pausadamente.*
4. *El ritmo de su respiración, los latidos de su corazón y la sudoración, son las normales. No aparenta estar agitado.*
5. *Duerme normalmente, no despierta antes de la hora habitual y cuando se levanta no refleja signos de cansancio.*

Pero ten cuidado de llamar serenidad a lo que no es: la despreocupación y la indiferencia son defectos y a veces hay jóvenes que en vez de ocuparse en corregir lo negativo que hay en ellos, encuentran más cómodo rebautizar el vicio con el nombre de una virtud.

Leyes de Exponentes II

Un alumno, muy hábil para las matemáticas, decidió poner a prueba sus conocimientos, dejando de presentar todas sus tareas.

Ante esta actitud, su tutora le reclamó por qué no presentaba sus tareas, a lo que el alumno respondió:

"Es imposible miss. No tengo tiempo" - dijo el alumno.
"¿CÓMO???" - gritó casi histérica su miss.

"Claro pues, preste atención: tengo que dormir ocho horas todos los días, lo que en un año hace: 8 x 365 = 2920 horas, y como el dia tiene 24 horas entonces seria 2920 **÷ 24, o sea unos 122 días. Los sábados y domingos no tenemos clases, y como un año tiene 52 semanas, serán entonces 104 días. Tenemos 60 días de vacaciones en el verano. Para mis alimentos (desayuno, almuerzo y cena) necesito tres horas diarias, o sea 3 x 365 = 1095 horas al año, que equivale a unos 45 días. Además necesito dos horas diarias para recreo y descanso, eso nos da 2 x 365 = 730 horas al año, o sea unos 30 días. Si sumamos estas cantidades tenemos:**

Días para dormir	:	**122**
Sábados y domingos	:	**104**
Vacaciones de verano	:	**60**
Comida	:	**45**
Recreo y descanso	:	**30**
		361 días

Y si a esto le agregamos Navidad, Año Nuevo y Fiestas Patrias tenemos un total de 365 días. Imposible hacer tareas, pues no hay tiempo ... no cree miss???" dijo el alumno.

La miss, quedó absolutamente desconcertada.

¿Podrías ayudarla y explicar en dónde se origina el engaño de estas cifras?

Quizás en alguna ocasión hayas oído o leído la frase "un año luz" ... pero ... te has puesto a pensar ¿qué significa eso?

"Año luz" es la distancia que recorre la luz en un año (365 días). Aunque la respuesta parezca muy sencilla la cantidad que expresa "un año luz" es muy pero muy grande. Y cuando digo "muy pero muy grande" es porque en verdad lo es. Sólo piensa esto:

- *La luz recorre 310 000 000 metros en un segundo.*
- *Haciendo cálculos, en un día habrá recorrido 26 784 000 000 000 metros ... Imagínate en 365 días!!!*

Sin embargo esta cantidad puede ser escrita de una manera breve:

- 31×10^{7} *metros en un segundo*
- $26\,784 \times 10^{9}$ *metros en un día.*

Otro dato interesante, es que la estrella más cercana a la Tierra (aparte del Sol) es la denominada ALFA CENTAURI, que se encuentra a 25 000 000 000 000 millas de distancia. Imagínate!!!

Y como es lógico, esta distancia también puede ser escrita de una manera breve:

25×10^{12} *millas.*

• Exponente negativo

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}} \quad ; a \neq 0,\ n \in IN$$

Esto nos indica que la base (diferente de cero, por cierto) se invierte.

Ejemplos:

1. $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$

2. $7^{-2} = \dfrac{1}{7^2} = \dfrac{1}{49}$

• Exponente nulo

$$\boxed{a^0 = 1} \quad ; a \in IR,\ a \neq 0$$

Ejemplos:

1. $(-17)^0 = 1$

2. $-17^0 = -1$

Observa bien estos dos ejemplos.
¿Cuál es la diferencia?

• Exponentes consecutivos

$$\boxed{a^{m^{n^{p}}}}$$

En este tipo de ejercicios se efectúa la potencia empezando desde el exponente más alto

Ejemplos:

1. $3^{2^0} = 3^1 = 3$

2. $2^{2^{3^{7^0}}} = 2^{2^{3^1}} = 2^{2^3} = 2^8 = 256$

Problemas para la clase

BLOQUE I

1. Calcular:

$$\sqrt{2^0 + 2^{3^0} + 2^{0^3} + 5^{2^{0^5}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

2. Reducir:

$$-7^0 + \sqrt[3]{57658}^{\,1-10^0} + (-7)^0$$

a) 7 b) 1 c) 2
d) 13 e) 0

3. Simplificar:

$$-8^0 + \left[5^0 + 876\right]^{1-87^{1-6^0}} + (-8)^0$$

a) -1 b) 0 c) 2
d) 1 e) -2

4. Hallar el valor de:

$$2^{\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}^{3}}}}$$

a) 8 b) 2 c) 16
d) 1 e) $\sqrt[3]{3}$

5. Efectuar:

$$\left[\left(2^4\right)^2\right]^{-3} \cdot \left(2^2\right)^{\left(2^2\right)^2}$$

a) 4 b) 32 c) 64
d) 128 e) 256

6. Calcular:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}}$$

a) 5 b) 10 c) 15
d) 20 e) 25

7. Calcular:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 10

8. Efectuar:

$$\sqrt{6^{-2}+8^{-2}}$$

a) $\frac{5}{24}$ b) $\frac{10}{24}$ c) $\frac{15}{24}$

d) $\frac{20}{24}$ e) $\frac{25}{24}$

9. Calcular:

$$\sqrt{3^{-2}+4^{-2}}$$

a) $\frac{3}{12}$ b) $\frac{4}{12}$ c) $\frac{5}{12}$

d) $\frac{6}{12}$ e) $\frac{7}{12}$

10. Calcular:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{12}\right)^{-2}}$$

a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

11. Calcular:

$$J=\frac{2^8}{8^2}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 16

12. Obtener el valor reducido de:

$$G=\left(\frac{2}{3}\right)^6.\left(\frac{9}{4}\right)^9.\left(\frac{8}{27}\right)^4$$

a) 1 b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{7}{3}$

d) $\frac{8}{27}$ e) $\frac{9}{4}$

BLOQUE II

1. Calcular:

$$-(7)^0-4.\sqrt{3^0}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}+\left(\frac{8}{5}\right)^{-1}$$

a) 0 b) 1 c) -1
d) -6 e) 2

2. Simplificar:

$$\left(\frac{1}{3^7}\right).3^6+\frac{2}{3}$$

a) 1 b) 3 c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{9}$ e) $\frac{2}{3}$

3. Calcular el valor de la expresión:

$$\frac{60^2\times 375^4\times 15^8}{30^4\times 15^{10}\times 5^8}$$

a) 2 b) 1 c) 3
d) 4 e) 5

4. Reducir:

$$\frac{12^3\times 6^5}{9^4\times 2^{10}}$$

a) 4 b) 2 c) 25

d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{1}{4}$

5. Reducir:

$$\frac{\left(x^{5}\right)^{9} \cdot \left(x^{-7}\right)^{4}}{\left(x^{2}\right)^{8}} \quad ; \; x \neq 0$$

a) x b) x^3 c) x^8
d) x^7 e) x^9

6. Calcular:

$$\left(-2^{3}\right)^{2} + \left(-2^{2}\right)^{3}$$

a) 0 b) 32 c) 64
d) 128 e) 256

7. Efectuar: $2^{99} - 2^{99} \div 2^{99} - 2^{99}$

a) 1 b) 2 c) 3
d) -1 e) 0

8. Reducir:

$$\sqrt{\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}} + \sqrt{\left(\frac{1}{13}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{12}\right)^{-2}} + \sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 20

9. Reducir:

$$L = \frac{6^{x+3} \cdot 4^{x}}{8^{x} \cdot 3^{x+1}}$$

a) 36 b) 6^6 c) 72
d) 48 e) 6^5

10. Simplificar:

$$M = \frac{3^{m+1} \cdot 9^{m+2n}}{27^{m-1} \cdot 81^{n+1}}$$

a) 0 b) 1 c) 3
d) 3^{-1} e) 27

Autoevaluación

1. Reducir:

$$\frac{\overbrace{x^{99} + x^{99} + \ldots + x^{99}}^{99 \text{ veces}}}{\underbrace{x \cdot x \ldots x}_{99 \text{ veces}}} \quad ; \; x \neq 0$$

a) 1 b) 99 c) 18
d) x e) x^{99}

2. Calcular:

$$\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}$$

a) 3 b) 6 c) 9
d) 12 e) 15

3. Calcular el valor de:

$$\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right]^{-1} + \left[2 - \left(\frac{3}{5}\right)^{-1}\right]^{-1}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 5

4. Simplificar:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2^{\sqrt{2}^{2}}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{-\left(\frac{1}{5}\right)^{0}}$$

a) 18 b) 21 c) 32
d) 27 e) 7

5. Efectuar:

$$(\underbrace{x \cdot x \cdot x \ldots x}_{30 \text{ veces}})^{\underbrace{x \cdot x \cdot x \ldots x}_{30 \text{ veces}}} \quad ; \; x \in \mathbb{N}$$

a) 1 b) x^{30} c) 0
d) $x^{30x^{30}}$ e) $30x$

Leyes de Exponentes III

En la naturaleza del hombre y en el origen de su razonamiento lógico, se fueron construyendo los diferentes conjuntos de números que ahora conocemos como: Naturales ***(ℕ)****, Enteros* ***(ℤ)****, Racionales* ***(ℚ)****, Irracionales* ***(𝕀)*** *y Reales* ***(ℝ)****.*

- **Los números Naturales (ℕ).-** *Fueron concebidos desde la época prehistórica siendo usados por los primitivos al calcular el número de animales cazados, los frutos recolectados, etc.*

- **Los números Enteros (ℤ).-** *Nacieron a partir de la concepción del número "0"; debido a que por el desarrollo comercial, las ganancias se representaban con cantidades positivas, las pérdidas por cantidades negativas, justamente el "0" fue ideado para marcar el límite entre positivos y negativos (esto lo puedes ver claramente en la Recta Numérica).*

- **Los números Racionales (ℚ).-** *Se crearon a raíz de problemas típicos como: "Dividir una manzana en tres partes iguales", etc. Además se consideran las equivalencias entre fracciones y decimales.*

- **Los números Irracionales (𝕀).-** *Nacieron debido, estrictamente, a una exigencia en el avance matemático-científico.*

- **Los números Reales (ℝ).-** *Considerando a la reunión de todos los conjuntos anteriores.*

Esta clasificación de los números, ha sido utilizada poco a poco en la categoría de los exponentes, es decir:

1. $2^3 = 8$ ⇨ *Observa el exponente:* $3 \in \mathbb{N}$

2. $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8}$ ⇨ *Observa el exponente:* $-3 \in \mathbb{Z}$

Te diste cuenta?? ... hemos usado exponentes del tipo natural, del tipo entero ... y ahora que falta?? ... Ajá !!! ... acertaste!

Ahora veremos exponentes del tipo racional. Así:

$$4^{\frac{1}{2}}$$ ⇨ *¿A qué será igual esto?*

- **Exponente fraccionario**

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$; $n \neq 0$, $m \in \mathbb{Z}$

Ejemplos:

1. $(5)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{5^1} = \sqrt{5}$

2. $(8)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{8^1} = \sqrt[6]{(2^3)^1} = \underbrace{\sqrt[\cancel{6}^{\,2}]{2^{\cancel{3}\,1}}}_{\text{Se pueden simplificar estos números}} = \sqrt{2}$

- **Raíz de raíz**

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}} = \sqrt[m.n.p]{a}$$; $m, n, p \in \mathbb{Z}$ {0}

Ejemplos:

1. $\sqrt{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[2\times 3]{5} = \sqrt[6]{5}$

2. $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2^{16}}}} = \sqrt[2.2.2]{2^{16}} = \sqrt[\cancel{8}^{\,1}]{2^{\cancel{16}\,2}} = 2^2 = 4$

Problemas para la clase

BLOQUE I

1. Reducir:

$$\sqrt{25}+\sqrt{49}+\sqrt{144}+\sqrt{400}$$

a) 14 b) 12 c) 24
d) 44 e) 5

2. Calcular:

$$\sqrt{7\sqrt{49}}+\sqrt{5\sqrt{25}}+\sqrt{9}$$

a) 7 b) 5 c) 12
d) 15 e) 1

3. Reducir:

$$\sqrt{3^2+4^2}+\sqrt{12^2+5^2}$$

a) 5 b) 13 c) 18
d) 19 e) 10

4. Efectuar:

$$16^{\frac{1}{2}}+27^{\frac{1}{3}}+81^{\frac{1}{4}}$$

a) 4 b) 3 c) 7
d) 10 e) 11

5. Efectuar:

$$-4\cdot\left[\frac{1}{16}\right]^{-2^{-6^{0}}}+\left[\frac{1}{8}\right]^{-3^{-10^{0^{7}}}}$$

a) 14 b) 16 c) 8
d) -16 e) -14

6. Simplificar:

$$\left[\frac{1}{100}\right]^{-16^{-16^{-2^{-1}}}}$$

a) 6 b) 8 c) 10
d) 100 e) $\frac{1}{10}$

7. Calcular el valor de:

$$\left[\frac{1}{64}\right]^{-9^{-\frac{1}{2}}}$$

a) 2 b) 4 c) 6
d) 8 e) 16

8. Calcular el valor de:

$$25^{4^{-\frac{1}{2}}}+\left[\frac{1}{49}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

a) 5 b) 16 c) 7
d) 12 e) 42

9. Efectuar:

$$\sqrt{2^6+6^2}+\sqrt{24^2+7^2}$$

a) 10 b) 25 c) 35
d) 40 e) 41

10. Calcular el valor de:

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{256}}}$$

a) 1 b) 2 c) 4
d) 8 e) 16

11. Determinar el valor de:

$$J=\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{16^6}}}+\sqrt{\sqrt{25^4}}$$

a) 2 b) 7 c) 15
d) 25 e) 27

12. Cuál es el valor de:

$$\frac{\sqrt{x\cdot\sqrt[3]{x\cdot\sqrt[4]{x}}}}{\sqrt[4]{x\cdot\sqrt[3]{x\cdot\sqrt{x}}}}\ ;\quad x\in\mathbb{R}^+$$

a) 1 b) x c) $\sqrt{x}$
d) $\sqrt[3]{x}$ e) $\sqrt[10]{x}$

BLOQUE II

1. Calcular el valor de:

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$$

a) $\sqrt[7]{2^8}$ b) $\sqrt[8]{2^{-7}}$ c) $\sqrt[8]{2^7}$
d) $\sqrt{2}$ e) 2

2. Determinar el valor de:

$$\sqrt{5^2 \cdot \sqrt[3]{5\sqrt{5}}}$$

a) $\sqrt[12]{15^{15}}$ b) $\sqrt[5]{5^4}$ c) $\sqrt[15]{5^{12}}$
d) $\sqrt[4]{5^5}$ e) $\sqrt{5}$

3. Calcula el valor de la expresión:

$$\left[\sqrt{3\sqrt{3}}\right]^4 + \left[\sqrt{5^2 \cdot \sqrt[3]{5^3}}\right]^2$$

a) 125 b) 152 c) 27
d) 5 e) 3

4. Realizar:

$$\sqrt{\sqrt{10^3 - 10^2} + \sqrt{10^2 - 8^2}}$$

a) 2 b) 3 c) 4
d) 5 e) 6

5. Calcular:

$$\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} \cdot \sqrt{y} \quad ; \; x > 0 \text{ e } y > 0$$

a) x b) y c) xy
d) xy^2 e) $\sqrt{xy}$

6. Calcular:

$$\frac{\sqrt{a\sqrt{b}} \cdot \sqrt{a\sqrt{b}}}{\sqrt{b}} \quad ; \; a \wedge b \in \mathbb{R}^+$$

a) 1 b) b c) a
d) ab e) $\dfrac{a}{b}$

7. Determinar el exponente de "x", luego de simplificar:

$$\left(x^3 \cdot \sqrt[7]{\left[\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{5}}}\right]^5}\right)^6 \quad ; \; x \neq 0$$

a) 20 b) 10 c) 15
d) 12 e) 6

8. Simplificar:

$$\frac{\left[\frac{1}{3}\right]^{-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}}}{\left[\frac{1}{2}\right]^{-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} + (0{,}2)^{-1}}$$

a) 2 b) 1 c) 3
d) $\dfrac{1}{3}$ e) 9

9. Calcular el valor de:

$$(0{,}008)^{-3^{-1}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

10. Simplificar:

$$\left[\sqrt{7}^{\sqrt{2}}\right]^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - \left[\sqrt{7}^{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}\right]^{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}}$$

a) 1 b) 0 c) -1
d) 2 e) -2

Autoevaluación

1. Calcular:

$$\sqrt{10^2 - 8^2} + \sqrt{\sqrt{16}}$$

a) 2 b) 8 c) 4
d) 6 e) 1

2. Determina el valor de:

$$125^{36^{-2^{-1}}}$$

a) 5 b) $\sqrt{5}$ c) 25
d) $\sqrt[3]{5}$ e) $\sqrt[6]{5}$

3. Cuál es el valor de la expresión:

$$J = \sqrt[26]{\left[\sqrt[3]{5\sqrt[3]{5\sqrt[3]{5}}}\right]^{27}}$$

a) 5 b) $\sqrt{5}$ c) $\sqrt[3]{25}$
d) $\sqrt[3]{5}$ e) $\sqrt[27]{5}$

4. Calcular el valor de:

$$\sqrt{16^{-\frac{1}{4}} + \left[\frac{9}{4}\right]^{\frac{1}{2}}}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) $\sqrt{2}$

5. Reducir:

$$\frac{\sqrt[3]{x.\sqrt[4]{x.\sqrt[5]{x}}}}{\sqrt[5]{x.\sqrt[4]{x.\sqrt[3]{x}}}} \quad ; \quad x \in \mathbb{R}^+$$

a) 1 b) $\sqrt[3]{x}$ c) $\sqrt[4]{x}$
d) $\sqrt[6]{x}$ e) x

LA SATISFACCIÓN

Sólo existen dos instrumentos para crear y realizar a un ser humano: el estudio y el trabajo. Toma en cuenta además las siguientes consideraciones: la propia índole de nuestra naturaleza nos inclina hacia aquello que nos produce satisfacción; estudiar constituye la actividad propia del estudiante; sólo a través del estudio nos vamos a aproximar a nuestros objetivos y metas; entonces, es de una sabiduría elemental tratar de relacionar estos dos factores:

Estudio = satisfacción
Ignorancia = insatisfacción

Pon en práctica el siguiente consejo: como a todos nos gusta "ganar" toma el estudio como si fuese un reto o un desafío. Aprenderé?, comprenderé?, recordaré?, aprobaré?.

Cuando se obtengan respuestas afirmativas a estas interrogantes, se estará "ganando", y ese "ganar" producirá una satisfacción interior que nos llevara a desear el estudio y a disfrutar con él.

La tolerancia

La tolerancia es la expresión más clara del respeto por los demás, y, como tal, es un valor fundamental para la convivencia pacífica entre las personas. Tiene que ver con el reconocimiento de los otros como seres humanos, con derecho a ser aceptados en su individualidad y su diferencia. El que es tolerante sabe que, si alguien es de una raza diferente de la suya o proviene de otro país, otra cultura, otra clase social o piensa distinto de él, no por ello es su rival o su enemigo.

Cuando se presentan conflictos, las personas tolerantes no acuden a la violencia para solucionarlos, porque saben que la violencia sólo engendra más violencia. Prefieren dialogar con sus opositores y buscar puntos de acuerdo. Sin embargo, debemos ser tolerantes pero no pasivos. Hay situaciones frente a las cuales nuestro deber, lejos de quedarnos callados, es protestar con energía.

Para ser tolerantes...

- *Pongámonos en el lugar de los otros para tratar de entender sus problemas y su manera de actuar.*
- *Escuchemos sin interrumpir y demos a los demás la oportunidad de expresarse.*
- *Veamos en la diversidad de razas y culturas una señal de la riqueza y amplitud del mundo, en lugar de motivos de desconfianza.*

La intolerancia

Las personas intolerantes, caracterizadas por querer imponer su voluntad a toda costa, ignoran por completo a los demás y reaccionan con agresividad y violencia frente a quienes se les oponen. Este modo de ser es el causante de la mayoría de las guerras que han sembrado la muerte y la destrucción en países y continentes enteros. Las guerras religiosas que enfrentaron a católicos y protestantes a finales de la Edad Media en Europa, el exterminio de los judíos por parte de los nazis durante la Segunda Guerra Mundial y más recientemente el de los croatas por parte de los serbios en la antigua Yugoslavia son algunos de los muchos ejemplos de los crímenes a que puede llevar la intolerancia religiosa, étnica o política.

La intolerancia se manifiesta en la discriminación a la que unos seres humanos son sometidos por otros que los consideran distintos, inferiores o como una amenaza contra lo establecido.

Obstáculos para la tolerancia

- *Las verdades absolutas, que no permiten ver que el conocimiento humano siempre se renueva, que las costumbres cambian y las modas son pasajeras.*
- *La incapacidad de comprender que existen miles de formas de vivir, de expresarse, de actuar y de ser.*