

División algebraica I (Método de Horner)

Como ya sabes, las cuatro operaciones aritméticas fundamentales son:

SUMA	RESTA	PRODUCTO	DIVISIÓN
+	-	X	÷

De igual manera, en el Álgebra se verán estas cuatro operaciones.

Así, por ejemplo:

- **SUMA y RESTA** \pm Fueron vistas en los dos primeros capítulos del bimestre (operaciones con polinomios I y II).
- **PRODUCTO** \times Fue visto durante las dos últimas clases. (Capítulos III y IV: Productos Notables I y II).
- **DIVISIÓN** \div ¡¡Es el capítulo de hoy!!...

Parte teórica

Para dividir polinomios, existen tres métodos:

1. Método clásico
2. Método de William Horner
3. Método de Paolo Ruffini

Sin embargo, sea cual fuere el método que usemos, es necesario que los polinomios a dividir estén completos y ordenados en forma descendente.

• Polinomio completo (con respecto a una variable)

Significa que el polinomio debe poseer todas las potencias, de la variable en referencia, inferiores a su grado.

Ejemplos:

1. $P(x) = 5x^2 - 2 + 7x + 9x^3$
2. $Q(x) = 2x^3 - \frac{7}{2}x + 2(x^2)^2 - x^2 + 11$

• Polinomio ordenado (con respecto a una variable)

Es aquel polinomio donde los exponentes de sus variables van aumentando o van disminuyendo a partir del primer término.

Ejemplos:

1. $P(x) = 2x^2 + 7x + 1$
2. $Q(y) = y^4 + y^2 + y + 1$
3. $R(x) = x^2 + 4x^3 + 5x^7$
4. $S(z) = z^3 + z + z^2 - 1$

Observa los exponentes de las variables. Los tres primeros polinomios están ordenados. El último no. ¿Por qué?

Hoy, estudiaremos la división mediante el "Método de Horner".

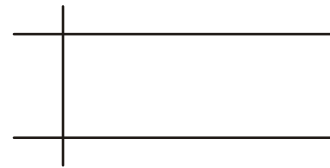
Método de Horner

En la división:

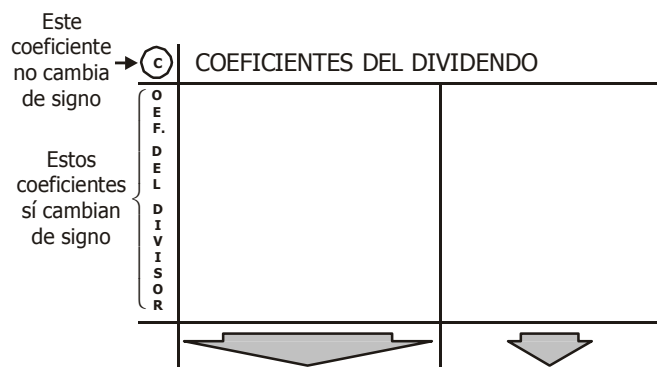
$$\begin{array}{r|l} P(x) & Q(x) \\ T(x) & S(x) \end{array}$$

- $P(x)$ es el **DIVIDENDO**
- $S(x)$ es el **COCIENTE**
- $Q(x)$ es el **DIVISOR**
- $T(x)$ es el **RESIDUO**

En el método de Horner, se hará uso del siguiente diagrama:



el cuál será llenado de la siguiente manera:



3. $S_{(z)} = z^3 + 5 - 6z + z^2$

Aquí irán los coeficiente
del cociente

Aquí irán los
coeficiente del residuo

Mediante operaciones entre los coeficientes dados (DIVIDENDO Y DIVISOR) se obtendrán los coeficientes requeridos (COCIENTE Y RESIDUO), los cuales permitirán calcular los polinomios resultantes.

Problemas resueltos

1. Dividir:

$$\frac{x^2 - x^3 + x^4 - 3x + 2}{x^2 + x + 2}$$

Resolución:

ordenando el polinomio dividiendo:

$$\begin{array}{r} x^4 - x^3 + x^2 - 3x + 2 \\ x^2 + x + 2 \\ \hline 1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -3 \quad 2 \\ -1 \quad \quad -1 \quad -2 \quad \quad \quad \quad \\ \hline -2 \quad \quad \quad 2 \quad 4 \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad -1 \quad -2 \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad 1 \quad -2 \quad 1 \quad \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

luego:

cociente: $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

resto: $R(x) = 0$

2. Efectuar la división de polinomios:

$$\frac{8x^5 + 14x^4 + 5x^3 + 16x^2 + 3x + 2}{4x^2 + x + 3}$$

Resolución:

$$\begin{array}{r} 4 \quad 8 \quad 14 \quad 5 \quad 16 \quad 3 \quad 2 \\ -1 \quad \quad -2 \quad -6 \quad \quad \quad \quad \\ -3 \quad \quad \quad -3 \quad -9 \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad 1 \quad 3 \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad 2 \quad 3 \quad -1 \quad 2 \quad 4 \quad -4 \end{array}$$

cociente: $Q(x) = 2x^3 + 3x^2 - x + 2$

residuo: $R(x) = 4x - 4$

3. Hallar "m", "n" y "p"; si la división no deja resto:

$$\frac{12x^5 - 9x^4 + 14x^3 - mx^2 + nx - p}{3x^3 + 2x - 6}$$

Resolución:

$$\begin{array}{r} 3 \quad 12 \quad -9 \quad 14 \quad -m \quad n \quad -p \\ 0 \quad \quad 0 \quad -8 \quad 24 \quad \quad \quad \\ -2 \quad \quad \quad 0 \quad 6 \quad -18 \quad \quad \quad \\ 6 \quad \quad \quad \quad 0 \quad -4 \quad 12 \quad \quad \quad \\ \hline \quad 4 \quad -3 \quad 2 \quad (-m+30) \quad (n-22) \quad (-p+12) \end{array}$$

como la división no deja resto, entonces:

$$-m + 30 = 0 \rightarrow m = 30$$

$$n - 22 = 0 \rightarrow n = 22$$

$$-p + 12 = 0 \rightarrow p = 12$$

4. Calcular "p" y "q", si la división es exacta:

$$\frac{x^4 + px^2 + q}{x^2 + 6x + 5}$$

Resolución:

ordenando y completando:

$$\frac{x^4 + 0x^3 + px^2 + 0x + q}{x^2 - 6x + 5}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 0 \quad p \quad 0 \quad q \\ 6 \quad \quad 6 \quad -5 \quad \quad \quad \\ -5 \quad \quad \quad 36 \quad -30 \quad \quad \quad \\ \hline \quad \quad 1 \quad 6 \quad p+31 \quad (6p+186) \quad (-5p-155) \end{array}$$

como es exacta:

$$6p + 156 = 0 \rightarrow p = -\frac{156}{6} \rightarrow \boxed{p = -26}$$

$$-5p + q - 155 = 0 \rightarrow -5(-26) + q - 155 = 0$$

$$\boxed{q = 25}$$

Bloque I

1. Dividir:

$$\frac{6x^3 - 25x^2 + 3x - 5}{3x^2 - 5x + 2}$$

el residuo es:

- a) $2x - 5$ b) $-26x + 5$ c) $x + 5$
d) $-6x + 25$ e) $5x - 2$

2. Al dividir:

$$\frac{6x^3 + 19x^2 + 18x + 9}{3x + 5}$$

su cociente es:

- a) $2x^2 - 3x + 1$ b) $2 + 3x + x^2$
c) $2x^2 + 3x + 1$ d) 4
e) $x^2 - x + 1$

3. Si dividimos:

$$\frac{4x^4 - 2x^3 - x - 1}{2}$$

$$2x^2 - x - 1$$

Problemas para la clase

su residuo es:

- a) $2x^2 + 1$ b) $x - 1$
 c) $x^2 + x + 1$ d) $x + 1$
 e) 0

4. Al dividir:

$$\frac{22x^2 + 6 + 12x^4 - 15x^3 - 5x}{4x^2 - 5x + 6}$$

el residuo es:

- a) $x + 1$ b) 0 c) $x^2 - 1$
 d) $x - 1$ e) 5

5. Dividir:

$$\frac{4x^3 - 2x^2 + x - 1}{x^2 + x + 1}$$

e indicar el cociente.

- a) $3x - 7$ b) $4x - 6$ c) $4x - 7$
 d) $3x - 6$ e) 0

6. Dividir:

$$\frac{38x^4 - 65x^3 + 27}{2x^2 - 5x + 3}; \text{ dar su residuo.}$$

- a) 0 b) $19x^2 + 5x$
 c) $5x$ d) 19
 e) 1

7. Hallar el cociente de la siguiente división:

$$(x^3 + 5x^2 - 7x + 5) \div (x^2 + 2x - 3)$$

- a) $x + 5$ b) $x^2 + 3$
 c) $x + 3$ d) $-10x + 14$
 e) $10x - 14$

8. Hallar el residuo de la división:

$$\frac{x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 5}{x^2 - 3x + 1}$$

- a) $x^2 + 1$ b) $4x - 6$ c) -2
 d) -6 e) $4x$

9. Al efectuar la siguiente división:

$$(4x^4 + 13x^3 + 25x + 12 + 28x^2) \div (4x^2 + 6 + 5x)$$

el residuo es:

- a) $2x + 6$ b) $-(2x + 6)$
 c) $-6 + 2x$ d) $x - 2$

10. En el siguiente esquema de división:

1	2	4	5	\square c	7
-1		\square b	-4		
\square a			-2	-4	1 2
	2	2	\square d	3	9

Hallar la suma de "a + b + c + d"

- a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 12

11. Si la división:

$$\frac{x^5 + 2x^3 - 13x^2 + mx + n}{x^2 - 3x + 3}$$

es exacta, hallar "m + n".

- a) 9 b) -9 c) 24
 d) -12 e) 12

12. Si la división:

$$\frac{2x^4 - 4x^3 + nx^2 - 5x + m}{x^2 - x + 2}; \text{ es exacta,}$$

hallar "m + n"

- a) 2 b) 13 c) 9
 d) 8 e) 19

Bloque II

1. Hallar la suma de coeficientes del cociente al dividir:

$$\frac{2x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 4x + 8}{2x^2 + x - 2}$$

- a) 2 b) 5 c) 7
 d) 9 e) 13

2. Calcular la suma de coeficientes del cociente luego de dividir:

$$\frac{5x^5 - x^4 + 6x^3 - 7x + 3}{5x^2 - 6x + 2}$$

- a) 6 b) 7 c) 8
 d) 9 e) 10

3. La suma de los coeficientes del cociente y residuo de la siguiente división:

$$\frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{\quad}, \text{ es:}$$

e) $-2x + 6$

$$x^2 + 2x - 3$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

4. Hallar el residuo al dividir:

$$\frac{6x^5 + 7x^4 + 18x^3 + 10x^2 + 7x - 9}{3x^3 - x^2 + 2}$$

Dar como respuesta un término del residuo.

- a) $-x^2$ b) $-x$ c) 2
d) -1 e) x

5. Si la división:

$$\frac{x^4 + 3x^3 - 5x^2 + mx - n}{x^2 + x - 2}; \text{ es exacta, hallar "n".}$$

- a) 12 b) 10 c) 8
d) -6 e) -10

6. Calcular el valor de "a" para que:

$$(x^5 - 3x^4 + 2x^2 + 4a)$$

sea divisible por "x - 2".

- a) 1 b) 4 c) 3
d) 2 e) 6

7. Hallar "m+n+p", si la división:

$$\frac{6x^5 - 17x^4 + 7x^3 + mx^2 + nx + p}{3x^3 - 4x^2 + 5x - 7}$$

es exacta.

- a) 22 b) 18 c) 17
d) 25 e) 28

8. Hallar "a" para que el residuo de la división:

$$\frac{x^3 - ax^2 - ax - a^2}{x - a - 2}, \text{ sea } (5a + 11).$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Dividir:

$$(9x^{a+2} + 3x^{a+1} + x^a + x^{a-1}) \div (3x^a - x^{a-1})$$

Si el dividendo y divisor están completos y ordenados.

Dar su cociente.

- a) $3x^2 + 2x + 1$ b) $x^2 + x + 1$
c) $2x^2 + x + 3$ d) $x^2 + 2x + 3$
e) 1

10. Dividir si el dividendo está completo y ordenado.

$$\left(6x^{a+3} + 5x^{a+2} - 16x^a - 4x^{a-1} \right) \div \left(3x^{a+1} + 2x^a \right)$$

Dar su cociente:

a) $2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} - \frac{2}{x}$ b) $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$

c) $2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$ d) $x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{x}$

e) $2x^2 - \frac{1}{2}x$

Bloque III

1. Hallar "A + B" si la división:

$$\frac{2x^4 + 3x^2 + Ax + B}{2x^2 + 2x + 3}$$

es exacta.

- a) 2 b) 4 c) 5
d) 12 e) 13

2. Calcular el cociente de la siguiente división:

$$\frac{3x^4 - 5x^3 + 2x^2 + Ax + B}{3x^2 + x + 1}$$

- a) $(x - 1)^2$ b) $(x + 1)^2$ c) x^2
d) $x^2 - 1$ e) $x^2 - 1$

3. Indicar el cociente de la siguiente división:

$$\frac{2x^4 + 9x^3 + x^2 + 2x + 6}{2x^2 - 3x + 1}$$

- a) $(x + 3)^2$ b) $(x - 3)^2$ c) $x^2 + 3$
d) $x^2 - 3$ e) x^2

4. Determinar "A + B" en la siguiente división exacta:

$$\frac{2x^4 - 9x^3 + 2x^2 + 8Ax + B}{x^2 - 5x + 1}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

5. La siguiente división:

$$\frac{3x^4 + 4x^3 + mx^2 + x + m}{x^2 + x + 1}$$

deja como resto 4, calcular "m"

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

6. La siguiente división:

$$5x^4 - 3x^3 + mx^2 + 4x + m$$

($\frac{2}{3}$) ()

$$x^2 - x + 1$$

deja como residuo $(x + 3)$, calcular "m"

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

7. Calcular "n" en la siguiente división exacta:

$$\frac{nx^4 + nx^3 + nx^2 - 6x - 4}{x^2 + 2x + 4}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

8. Calcular "n" en la siguiente división exacta:

$$\frac{nx^4 + 2nx^3 + 3nx^2 + 52x - 32}{x^2 + 3x - 2}$$

- a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Determinar "A . B", si en la siguiente división el cociente y residuo son idénticos.

$$\frac{x^3 + 6x^2 + Ax + B}{x^2 + 2x + 2}$$

- a) 130 b) 132 c) 134
d) 136 e) 138

10. Determinar "A . B", si en la siguiente división el cociente y residuo son idénticos.

$$\frac{x^3 - 2x^2 + Ax + B}{x^2 - x - 3}$$

- a) -1 b) -2 c) -3
d) -4 e) -5

Autoevaluación

1. Hallar el cociente de:

$$\frac{x^4 + x^2 + 1}{x + 1}$$

- a) $x^3 - x^2 + 2x - 2$ b) $-x^2 - 2$
c) $x^3 + x^2 + x - 2$ d) $x^3 - 2x + 1$
e) $x^2 - 1$

2. Calcular el residuo al dividir:

$$\frac{x^3 + 2x^2 + 2 - x}{2x - 1}$$

- a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{17}{8}$
d) -1 e) $-\frac{1}{3}$

3. Al dividir:

$$\frac{2x^4 + x^3 - 8x^2 - 3x + 7}{2x - 3}$$

indicar el término independiente del cociente.

- a) 6 b) -6 c) 2
d) 4 e) -3

4. Indica el residuo al dividir:

$$\frac{x^3 - 2x^2 - \frac{x}{3} + 0,5}{2x + 1}$$

- a) $\frac{1}{12}$ b) $\frac{1}{48}$ c) $\frac{1}{24}$
d) $-\frac{1}{12}$ e) $-\frac{1}{24}$

5. Dividir:

$$\dots^4 - 7x^3 - 74x^2 - 7x + 12 \div (3x^2 - 7x - 4)$$

Indicar un término de su cociente.

- a) -1 b) -3 c) -7x
d) $-4x^2$ e) 0

Notas curiosas

- **NO HAY NADA MÁS IGUAL QUE “=”**

La idea de hacer dos rayas horizontales paralelas para designar igualdad fue de un matemático llamado Robert Recorde.

En su libro *El aguzador del ingenio* (1557), el primero sobre Álgebra que se publicó en inglés, explica que eligió ese signo porque "dos cosas no pueden ser más iguales que dos rectas paralelas".

En aquella época se simbolizaba así:

$$7 + 3 - 1 \equiv 9$$



¡líneas muy extensas!

- **ZOO ACERTIJO**

Me encantan los animales. Tengo varios en casa. Todos son gatos, menos dos, todos son perros, menos dos y todos son loros menos dos.
¿Cuántos

