División algebraica II (Método de Ruffini)

Anteriormente se vio el Método de Horner para poder dividir polinomios; ahora aprenderemos el Método de Ruffini como un caso particular del método anterior.

En efecto, la diferencia entre ambos métodos radica en el tipo de divisor:

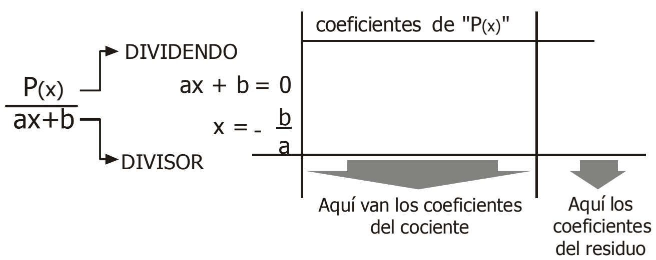
- **HORNER** ⇨ Se aplica a cualquier tipo de divisor (cualquier grado).
- **RUFFINI** ⇨ Se aplica únicamente cuando el divisor es de la forma: "ax + b" (primer grado).

Por lo demás, ambos métodos utilizan sistemas similares de cálculo (para los coeficientes) e inclusive diagramas casi idénticos.

Parte teórica

- **Método de Ruffini**

Se disponen los coeficientes del dividendo de manera similar al método de HORNER de acuerdo al diagrama siguiente:



- **Teorema del Resto**

"El residuo (resto) en la división: $\dfrac{P(x)}{x+a}$ es $P_{(-a)}$".

El anterior teorema nos permite calcular el resto sin dividir.

Problemas *resueltos*

1. Obtener el cociente y el resto en la división:

$$\frac{4x^4 - 5x^3 + 6x^2 + 7x + 8}{x+1}$$

Resolución:

	4	-5	6	7	8
-1	↓	-4	9	-15	8
	4	-9	15	-8	16

luego

2. Dividir: $\dfrac{18x^5 - 29x^3 - 5x^2 - 12x - 16}{3x+2}$

Resolución: completando con "0"

	18	0	-29	-5	-12	-16
$-\frac{2}{3}$	↓	-12	8	14	-6	12
	18	-12	-21	9	-18	-4

el cociente verdadero es:

$$Q(x) = \frac{18x^4 - 12x^3 - 21x^2 + 9x - 18}{3}$$

$$Q(x) = 6x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 3x - 6$$

además el residuo: $R_{(x)} = -4$

3. Hallar el resto y el cociente en la división:

$$\frac{x^3 - 2x^2 + (2 - a^2 - 2a)x - 2a - 2}{x - a - 2}$$

Resolución:

	1	-2	$(2-a^2-2a)$	$-2a-2$
$a+2$	↓	$a+2$	a^2+2a	$2a+4$
	1	a	2	2

cociente: $Q_{(x)} = x^2 + ax + 2$
residuo: $R_{(x)} = 2$

4. Hallar el resto en la siguiente división:

$$\frac{x^5 + (3\sqrt{2} - 2)x^3 + 2\sqrt{2} + 7}{x - \sqrt{2} + 1}$$

Resolución:

	1	0	$(3\sqrt{2}-2)$	0	0	$(2\sqrt{2}+7)$
$\sqrt{2}-1$	↓	$\sqrt{2}-1$	$3-2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}-1$	$3-2\sqrt{2}$
	1	$\sqrt{2}-1$	$\sqrt{2}+1$	1	$\sqrt{2}-1$	10

$$\therefore\ R_{(x)} = 10$$

5. Calcular "m", si la división es exacta:

cociente: $Q_{(x)} = 4x^3 - 9x^2 + 15x - 8$
residuo: $R_{(x)} = 16$

$$\frac{6x^3 - 3x^2 - mx - 6}{x - 3}$$

Resolución:

	6	-3	-m	-6
$\frac{3}{2}$		9	9	$\frac{3}{2}$ (9-m)
	6	6	9-m	$\frac{3}{2}$ (9-m)-6

del problema, el resto es cero:

$$\frac{3}{2}(9 - m) - 6 = 0 \rightarrow m = 5$$

Problemas para la clase

Bloque I

1. Dividir: $$\frac{x^3 + 2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$$

 Indicar el residuo.

 a) 1 b) 2 c) 3
 d) 4 e) 5

2. Al dividir:

$$\frac{2x^3 - 3x^2 + 5x - 7}{x + 1}$$

 el residuo es:

 a) -9 b) -15 c) -17
 d) 15 e) 17

3. En la división:

$$\frac{2x^4 - x^2 - 4x^3 + 5x - 6}{x - 2}$$

 el cociente es:

 a) $2x^3 + x - 3$ b) $2x^3 - x - 3$
 c) $2x^3 + x + 3$ d) $2x^3 - x + 3$
 e) 0

4. Cuál es el cociente en la división:

$$\frac{5x^3 - 6x^2 + 4x - 3}{x - 1}$$

 a) $5x^2 - x - 3$ b) $5x^2 - x + 3$
 c) $5x^2 + x + 1$ d) $5x^2 + x - 1$
 e) 0

5. El residuo en la división: $\frac{x^3 - 27}{x - 3}$; es:

 a) 0 b) 2 c) 27
 d) 8 e) 9

6. Calcular el residuo en la división:

$$\frac{x^{25} + x^{17} - 4}{x - 1}$$

 a) 1 b) 0 c) 2
 d) -2 e) -1

7. Dividir: $(2x^3 - x^2 + 3) \div (x+1)$
 Dar su cociente.

 a) $2x^2 - 3x + 3$ b) $x^2 + x + 2$
 c) $x^2 + 1$ d) $2x^2 + x + 1$
 e) $2x^2 + x - 7$

8. Dividir: $(x^3 - 7x - 6) \div (x + 1)$. Hallar su cociente.

 a) $x^2 - x - 6$ b) $x^2 + x + 2$
 c) $x^2 + x - 6$ d) $x^2 - x - 2$
 e) $x^2 - x + 2$

9. Dividir:

 $\frac{x^4 - 3x^3 + 5x - 8}{x + 2}$; hallar su residuo.

 a) 1 b) 12 c) 16
 d) 22 e) -12

10. Hallar el residuo al dividir:

$$\frac{x^4 + x + 5x^2 - 6 - 5x^3}{2 + x}$$

 a) 12 b) 24 c) 68
 d) 36 e) -12

11. Dividir:

$$\frac{\frac{3}{5}x^4 - \frac{8}{5}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1}{x - 1}$$

 Indicar un término del cociente.

 a) $\frac{3}{2}x^3$ b) x^2 c) $-\frac{1}{2}x$
 d) -1 e) 0

12. En el siguiente diagrama de Ruffini:

	2	4	5	$\boxed{a}$	8
2		$\boxed{b}$	16	42	96
	2	8	$\boxed{c}$	48	104

hallar "a + b + c"

a) 31 b) 51 c) 53
d) 35 e) 15

Bloque II

1. Al dividir:

$$\frac{2x^4 + x^3 - 8x^2 - 3x + 7}{2x - 3}$$

indicar el término independiente del cociente.

a) 6 b) -6 c) 2
d) 4 e) -3

2. Luego de dividir, dar como respuesta el término independiente del cociente:

$$\frac{4x^4 + 4x^3 - 11x^2 + 6x + 6}{2x - 1}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) -1 e) -2

3. Calcular "k", si la división:

$$\frac{6x^3 - 3x^2 - kx - 15}{2x - 3}$$

es exacta.

a) -2 b) -1 c) 0
d) 1 e) 2

4. Calcular "β" para que:

$$P_{(x)} = 3x^3 + 2x + x^2 + (\beta+1)$$

sea divisible por "x+2".

a) 13 b) 23 c) 25
d) 10 e) 12

5. Dar el valor numérico del cociente evaluado en la unidad de la siguiente división:

$$\frac{2x^8 - 3x^5 + x^4 - 1 + 2x^2}{x + 2}$$

a) 210 b) 202 c) 201
d) 203 e) -210

6. Determinar el valor de "k" para que el polinomio:

$$h_{(x)} = x^3 - 3x^2 + 5x + k$$

sea divisible por "x - 1".

a) $-\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) -3

7. Calcular el resto al dividir:

$$\frac{x^{200} - x^{100} + 2}{x + 1}$$

a) 1 b) 2 c) 3
d) 0 e) 5

8. Calcular el residuo de dividir:

$$\frac{2x^2 + x^3 + 2 - x}{2x - 1}$$

a) 1 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{17}{8}$

d) -1 e) $-\frac{1}{3}$

9. Dividir:

$$(x^2 - 5x + 9) \div (3x - 1)$$

Dar su residuo.

a) 1 b) -1 c) $\frac{67}{9}$

d) $\frac{27}{4}$ e) $-\frac{17}{9}$

10. Si el residuo de dividir:

$$\frac{3x^6 - x^2 + \alpha x - 1}{x - 1}$$

es 4, hallar "α"

a) 1 b) -1 c) 2
d) -2 e) 3

Bloque III

1. Indicar la suma de coeficientes del cociente al dividir:

$$\frac{3x^4 - 13x^3 + 10x^2 - 5x + 1}{3x - 1}$$

a) -5 b) -4 c) -3
d) -2 e) -6

2. Indicar el término independiente del cociente al dividir:

$$\frac{2x^4 - 5x^3 + x^2 - 8x - 6}{2x + 1}$$

a) -5 b) -4 c) -3
d) -2 e) -1

d) 3 e) 0

3. Señala el término independiente del cociente al dividir:

$$\frac{5x^4 - x^3 - 10x^2 + 17x + 5}{5x - 1}$$

a) 15 b) 5 c) 2
d) 3 e) 12

4. Señale el resto al dividir:

$$\frac{\sqrt{3}x^4 - 2x^3 + \sqrt{3}x^2 - 5x + 7 - \sqrt{3}}{x - \sqrt{3}}$$

a) 1 b) 3 c) 5
d) 7 e) 9

5. Señalar el resto al dividir:

$$\frac{\sqrt{2}x^4 + x^3 - \sqrt{8}x^2 + 2x + \sqrt{32}}{x + \sqrt{2}}$$

a) -1 b) -2 c) 0
d) 1 e) 2

6. Determinar "a" en la siguiente división exacta:

$$\frac{ax^3 + 5x^2 + 4ax + 3}{ax + 1}$$

a) ± 1 b) -2 c) 2
d) ± 2 e) 1

7. Determinar "b" en la siguiente división exacta:

$$\frac{bx^3 + 5x^2 + (2b + 1)x - 3}{bx - 1}$$

a) -2 b) 3 c) a y b
d) 1 e) a y d

8. Al dividir:

$$\frac{\sqrt{3}x^4 - \sqrt{8}x^3 - (\sqrt{12} - 1)x^2 - \sqrt{6}x + m}{x - \sqrt{6}}$$

se obtuvo por resto: R = 3m - 4. Calcular "m"

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9. Determinar el valor de "m", para que el coeficiente del término lineal del cociente entero sea 13 en la división:

$$\frac{3x^5 - 10x^3 + mx^2 - 50}{x + 2}$$

a) 11 b) 13 c) 15
d) 17 e) 19

10. Determinar el valor de "m", para que el coeficiente del término lineal del cociente entero sea 7 en la división:

$$\frac{4x^5 - 40x^3 + mx^2 - 36}{x - 3}$$

a) 11 b) 13 c) 15
d) 17 e) 19

Autoevaluación

1. Indicar el cociente al dividir :

$$\frac{x^4+2x^3+2x+1}{x+1}$$

a) $x^3 - x^2 + x - 1$ b) $x^3 + x^2 - x - 1$
c) $x^3 - x^2 - x + 3$ d) $x^3 + x^2 - x + 3$
e) $x^3 - x^2 - x - 1$

2. Al dividir: $\frac{x^4-2x^2+1}{x-1}$, el cociente es:

a) $x - 1$ b) $x^2 - x$ c) $x^3 + x^2 - x - 1$
d) $x^4 - x^3$ e) $x^2 - 1$

3. Dividir:

$$\frac{x^3+5x^2+4x-3}{x+1}$$

el residuo es:

a) -1 b)-3 c) 8
d) -13 e) -5

4. Hallar el residuo de dividir:

$$\frac{x^{18}-x^9+2}{x^3+2}$$

a) 64 b) 58 c) 74
d) 72 e) 4

5. Hallar el residuo de dividir:

$$\frac{3x^{2n}-5x^{2n-1}+6}{x+1}; \text{ “n”} \in \mathrm{IN}$$

a) 9 b) 5 c) -1
d) 14 e) 7