

Relaciones

INTRODUCCIÓN

En una gran fiesta organizada por la Trilce que fue llevada a cabo en las instalaciones del Jockey Plaza, todos los alumnos del Primer Año tenían un sticker con su nombre pegado en el lado izquierdo de su pecho. En un momento de la fiesta, el anfitrión tomó el micrófono y dijo lo siguiente: "Todos bailarán en pareja, con la condición de que sus nombres empiecen con la misma letra".

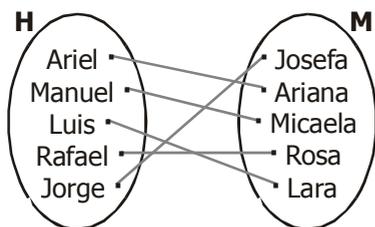
Ahora digamos que existen en la fiesta dos conjuntos, el de los hombres o conjunto "H", y el de las mujeres o conjunto "M", es decir:

$$H = \{\text{Ariel, Manuel, Luis, Jorge, Rafael}\}$$

$$M = \{\text{Josefa, Ariana, Micaela, Rosa, Lara}\}$$

Entre ellos se ha establecido, por medio de la fiesta una relación de modo que a cada hombre le corresponde una mujer cuyo nombre tenga a misma letra inicial.

Gráficamente:



Las parejas señaladas por flechas pueden también ser representadas por pares ordenados, tema que ya vimos la semana pasada. Ahora, veamos algunas definiciones.

PRODUCTO CARTESIANO

Dados dos conjuntos **A** y **B**, se llama producto cartesiano de **A** y **B**, denotado por **A x B**, al conjunto de todos los pares ordenados (a, b) donde: $a \in A$ y $b \in B$.

$$A \times B = \{(a; b) / a \in A \text{ y } b \in B\}$$

Ejemplo:

$$A = \{3; 5; 7\} \text{ y } B = \{a, b\}$$

$$A \times B = \{(3; a), (3; b), (5; a), (5; b), (7; a), (7; b)\}$$

$$B \times A = \{(; 3), (; 5), (; 7), (; 3), (; 5), (; 7)\}$$

Definición: Una relación "R", del conjunto "A" al conjunto "B" es un subconjunto del producto cartesiano $A \times B$.

Notación: $R: A \rightarrow B$

Ejemplo:

Sean los conjuntos: $A = \{1; 3; 5\}$ y $B = \{2; 4\}$

$$A \times B = \{(1; 2), (1; 4), (3; 2), (3; 4), (5; 2), (5; 4)\}$$

Algunas relaciones de "A" en "B" son:

$$R_1 = \{(1; 2), (3; 2)\}$$

$$R_2 = \{(3; 4), (5; 2), (5; 4), (1; 2)\}$$

$$R_3 = \{(1; 2), (5; 4), (3; 2)\}$$

⋮

Se puede tener muchas otras relaciones.

Ahora grafiquemos "R₃" empleando el diagrama sagital y el diagrama cartesiano.

Diagrama sagital:

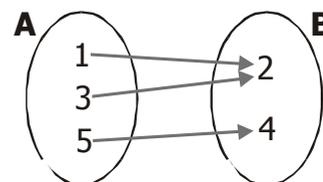
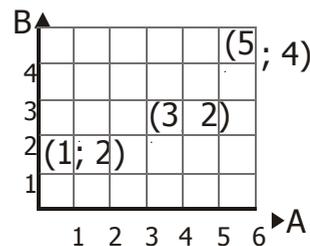


Diagrama cartesiano:



Problemas para la clase

BLOQUE I

* Dados los siguientes conjuntos, hallar los productos cartesianos correspondientes graficándolos además mediante el diagrama sagital y cartesiano.

- $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 1 < x < 4\}$
 $B = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 3 \leq x \leq 5\}$
- $C = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 11 < x < 15\}$
 $D = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 2\}$
- $E = \{x/"x" \text{ es una vocal}\}$
 $F = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -1 < x < 2\}$
- $G = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -1 \leq x \leq 1\}$
 $H = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 2 < x < 4\}$
- $I = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -2 < x \leq 4\}$
 $J = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge -1 \leq x < 0\}$
- $M = \{x/"x" \text{ es día de la semana}\}$
 $S = \{x/x \in \mathbb{Z} \wedge 7 < x < 10\}$
- $T = \{x/"x" \text{ es par} \wedge 2 \leq x < 10\}$
 $K = \{x/"x" \text{ es impar} \wedge 6 < x \leq 11\}$

Dados los siguientes productos cartesianos, escribir los conjuntos que lo originaron:

- $A \times D = \{(\sqrt{2}; 2), (\sqrt{2}; -3), (\sqrt{2}; -5), (\sqrt{3}; 2), (\sqrt{3}; -3), (\sqrt{3}; -5)\}$
- $E \times H = \{(-1; a), (-1; m), (-1/2; a), (-1/2; m), (\sqrt{11}; a), (\sqrt{11}; m)\}$
- $P \times J = \{(\sqrt{7}; 1/2), (1/7; -\sqrt{2}), (\sqrt{7}; -\sqrt{2}), (1/7; 1/2)\}$

BLOQUE II

Dados los conjuntos "A" y "B", hallar la relación "R" de "A" en "B" cuya regla de correspondencia se indica:

- $A = \{1; 2\}$
 $B = \{1; 2\}$
Regla de correspondencia: $y = 2x$

- $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 2\}$
 $B = \{y/y \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq y \leq 2\}$
Regla de correspondencia: $y = 2x$
- $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 0 < x < 3\}$
 $B = \{y/y \in \mathbb{N} \wedge 0 < y \leq 3\}$
Regla de correspondencia: $y = 2x$
- $A = \{y/y \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq y < 3\}$
 $B = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 0 < x \leq 2\}$
Regla de correspondencia: $y = 2x$
- $A = \{y \in \mathbb{N} / "y" \text{ es impar} \wedge 7 \leq y < 12\}$
 $B = \{x \in \mathbb{N} / "x" \text{ es par} \wedge 5 < x < 11\}$
Regla de correspondencia: $x + y = 15$
- $A = \{1; 2; 3; 4\}$
 $B = \{2; 5; 6\}$
Regla de correspondencia: $x + y < 9$
- $A = \{10; 2\}$
 $B = \{11; 13; 15\}$
Regla de correspondencia: $x + y < 23$
- $A = \{-3; -4; 2; 0\}$
 $B = \{-1; -3\}$
Regla de correspondencia: $xy > 0$
- $A = \{-\sqrt{2}; 7; \sqrt{3}\}$
 $B = \{1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; -4\}$
Regla de correspondencia: $xy < 0$
- $A = \{\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}\}$
 $B = \{1; \frac{2}{3}; \frac{1}{4}\}$
Regla de correspondencia: $x - y = 0$

Autoevaluación

1. Completar:

El _____ "A x B" cuyos elementos son los _____ (a, b) tal que las primeras componentes "a" pertenecen al conjunto _____ y las segundas componentes "b" pertenecen al conjunto _____.

2. Completar:

A la condición que nos da al seleccionar los pares ordenados que conforman una relación, se le conoce también con el nombre de: _____

3. Dados los siguientes conjuntos, halla el producto cartesiano correspondiente y graficalo mediante el diagrama sagital:

$$V = \{y/y \in \mathbb{N}, y = x + 2 \wedge 1 < x \in \mathbb{C}\}$$

$$= \{y/y \in \mathbb{N}, y = 2x \wedge 6 < x \leq 10\}$$

4. Dado el siguiente producto cartesiano, halla los conjuntos que lo originaron:

$$M \times T = \{(5; \sqrt{2}), (-7; \sqrt{2}), (5; -3), (1; -3), (-7; r), (1; \sqrt{2}), (-7; -3), (1; r), (5; r)\}$$

5. Hallar la relación "R" de "A" en "B", si:

$$A = \{x \in \mathbb{N} / "x" \text{ es par}; x \in [2; 7[\}$$

$$B = \{y \in \mathbb{N} / "y" \text{ es impar}; y \in [2; 8] \}$$

Regla de correspondencia: $y = x + 1$

